

いわゆる「自然対数の底」を $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ という極限として定義するとき、その値はおよそ 2.718 で、とくに3 を超えないことが知られている。本問では別の視点からこの事実を再考したい。次の問いに答えよ。

- (1) 連続関数 $f(x)$ は $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で $f(x) + f(-x) \geq 2f(0)$ を満たすとする。

このとき $\int_1^3 f(x-2) dx \geq 2f(0)$ が成り立つことを示せ。

- (2) e という数を $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ を満たす 1 より大きい実数として定義する。

このとき、 $e \leq 3$ を示せ。

[’21 大阪市立大]