

n を自然数, k を $0 \leq k \leq n$ を満たす整数として, 関数 $f_{n,k}(x)$ を $f_{n,k}(x) = {}_nC_k x^k (1-x)^{n-k}$ で定める. ただし, ${}_nC_k$ は二項係数とする.

$S_{n,k}$ を $S_{n,k} = \int_0^1 f_{n,k}(x) dx$ で定めるとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $S_{n,0}$ の値を求めよ.

(2) $S_{n,k}$ の値を求めよ.

(3) 不等式 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq f_{n,k}(x)$ の表す領域を, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を $V_{n,k}$ とする. k が $0 \leq k \leq n-1$ を満たすとき, $\frac{V_{n,k+1}}{V_{n,k}}$ を n と k の式で表せ.

(4) n が偶数のとき, $V_{n,k}$ が最小値をとる k の値を n の式で表せ. [’16 九州大]