

n を自然数とする.

(1) 関数 $f(x) = x^{n+1}e^{-x}$ の $x \geq 0$ における最大値を求めよ.

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x}$ を求めよ.

(3) すべての自然数 n に対して $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^n e^{-t} dt = n!$ を示せ. [’15 弘前大]