

n を 2 以上の整数とする．関数 $f(x) = x^{2n-1}e^{-x^{2n}}$ について次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) $-2 \leq x \leq 2$ の範囲で $f(x)$ の増減表をかき， $f(x)$ の最大値および最小値を n を用いて表せ．

(3) $n = 2, 3, \dots$ に対して $a_n = n^{-\frac{1}{2n}}$ とする．このとき，極限值

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \int_0^{a_n} f(x) dx$ を求めよ．

['16 関西大]