

関数 $f(x)$, $g(x)$ を $f(x) = e^{-x} \sin x$, $g(x) = e^{-x} \cos x$ とおく. $f(x)$, $g(x)$ の不定積分を $I = \int f(x) dx$, $J = \int g(x) dx$ とおく. k を自然数とし, $(k-1)\pi \leq x \leq k\pi$ において, 2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$, および, 2直線 $x = (k-1)\pi$, $x = k\pi$ で囲まれる2つの部分の面積の和を S_k とおく. 次の問いに答えよ.

(1) $I = J + F(x) + C_1$, $J = -I + G(x) + C_2$ を満たす関数 $F(x)$, $G(x)$ を求めよ.
ただし, C_1 , C_2 は積分定数である.

(2) I , J を求めよ.

(3) S_k を求めよ.

(4) $\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ を求めよ.

[’15 大阪市立大]