

$$\frac{x^2+5}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2} \quad \text{より}$$

$$(\text{右辺}) = \frac{(x-2)A + (x+1)(x-2)B + (x+1)^2C}{(x+1)^2(x-2)}$$

$$= \frac{(B+C)x^2 + (A-B+2C)x + (-2A-2B+C)}{(x+1)^2(x-2)} \quad \text{となるから}$$

分子の係数を比較して

$$\begin{cases} B+C=1 & - \textcircled{1} \\ A-B+2C=0 & - \textcircled{2} \\ -2A-2B+C=5 & - \textcircled{3} \end{cases} \quad \text{かゝりた}$$

$$\textcircled{1} \text{より } C=1-B \quad - \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{3} \text{に代入すると } -2A-2B+1-B=5 \text{ より}$$

$$-2A=3B+4$$

$$\text{よって } A=-\frac{3}{2}B-2 \quad - \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1}' \textcircled{4} \text{を } \textcircled{2} \text{に代入すると } -\frac{3}{2}B-2-B+2-2B=0 \text{ より}$$

$$\boxed{B=0} \quad \text{となる}$$

$$\text{ゆえに } \boxed{A=-2, C=1} \quad \text{となる}$$

$$\text{したがって } \int_0^1 \frac{x^2+5}{(x+1)^2(x-2)} dx$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{-2}{(x+1)^2} + \frac{1}{x-2} \right) dx$$

$$= \left[\frac{2}{x+1} + \log|x-2| \right]_0^1$$

$$= \frac{2}{2} - 2 + \log|-1| - \log|-2|$$

$$= \boxed{-1 - \log 2} \quad (x)$$