

次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < 2\pi$ のとき、不等式 $|\sin x| < x$ を示せ。

(2) $f_1(x) = \sin x$ とおく。定数 a は $0 < a < 2\pi$ を満たすとする。

$f_{n+1}(x) = \frac{1}{2a} \int_{x-a}^{x+a} f_n(t) dt$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。 $f_2(x)$ を求めよ。

(3) 一般の自然数 n に対し、 $f_n(x)$ を求めよ。

(4) 与えられた x について、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ を求めよ。

['09 関西大]