

n が正の整数のとき $I_n = \int_2^3 \frac{(x-3)^n}{n x^n} dx$ とおく。

(1) I_1 を求めよ。

(2) $2 \leq x \leq 3$ において $\left| \frac{x-3}{x} \right|$ のとりうる値の範囲を求めよ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ。

(3) I_n を用いて I_{n+1} を表せ。必要ならば部分積分法を利用せよ。

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \left(-\frac{1}{2} \right)^n$ を求めよ。

[’08関西学院大]