

$$\frac{6x^2+x-1}{x^3-x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-1} \text{とおくと、}$$

$$6x^2+x-1=A(x^2-1)+B(x^2-x)+C(x^2+x) \text{より}$$

$$6x^2+x-1=(A+B+C)x^2-1+(-B+C)x-A \text{となるから、}$$

$$\begin{cases} 6=A+B+C & \cdots \cdots \\ 1=-B+C & \cdots \cdots \\ -1=-A & \cdots \cdots \end{cases} \text{がなりたつ。}$$

$$\text{よって } A=1 \text{ より、 } \quad \text{は } 5=B+C \cdots \cdots$$

$$+ \quad \text{より } 6=2C \text{ から } C=3 \text{ よって } \quad \text{より } B=2 \text{ となる。}$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } \int \frac{6x^2+x-1}{x^3-x} dx &= \int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} \right) dx \\ &= \log |x| + 2 \log |x+1| + 3 \log |x-1| + (\text{積分定数}) \\ &= \log |x(x+1)^2(x-1)^3| + (\text{積分定数}) \text{ となる。} \end{aligned}$$