

座標平面上に3点  $O(0,0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(2,0)$  がある。点  $C$  は、 $A$  を中心とする半径1の円の上であり、その  $y$  座標は正であるとする。 $C$  から線分  $OB$  に下ろした垂線と  $OB$  との交点を  $D$  とし、 $D$  から線分  $OC$  に下ろした垂線と  $OC$  との交点を  $P$  とする。

(1)  $\angle CAB = \theta$  ( $0 < \theta < \pi$ ) とする。点  $P$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ。

(2) 線分  $OP$  の長さを  $r$  とする。 $r$  を  $\theta$  を用いて表し、定積分  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} r \, d\theta$  を求めよ。

[’08弘前大]