(1)　$f(x)$, $g(x)$を連続な偶関数、mを正の整数とするとき、

$$\int_0^{m\pi} f(\sin x)g(\cos x)\,dx = m\int_0^{\pi} f(\sin x)g(\cos x)\,dx$$　を証明せよ。

(2)　正の整数m, nが　$m\pi \leqq n < (m+1)\pi$　を満たしているとき、

$$\frac{m}{(m+1)\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{(1+\cos^2 x)^2}\,dx \leqq \int_0^{1}\frac{|\sin nx|}{(1+\cos^2 nx)^2}\,dx \leqq \frac{m+1}{m\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{(1+\cos^2 x)^2}\,dx$$

を証明せよ。

(3)　極限値　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^{1}\frac{|\sin nx|}{(1+\cos^2 nx)^2}\,dx$　を求めよ。　[04東京工大]