

$$(1) \quad f(x) = (x+2)\sqrt{4-x^2} \quad \text{より}$$

$$f'(x) = \sqrt{4-x^2} + (x+2) \times \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{4-x^2-x(x+2)}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{4-x^2-x^2-2x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{-2(x^2+x-2)}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{-2(x+2)(x-1)}{\sqrt{4-x^2}}$$

$f'(x) = 0$ とおくと $x = -2, 1$, また $\sqrt{4-x^2}$ より $f(x)$ の定義域は $-2 \leq x \leq 2$ だから

x	-2	...	1	...	2
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	0	↗	$3\sqrt{3}$	↘	0

$$f(-2) = 0, \quad f(2) = 0$$

$$f(1) = 3 \times \sqrt{4-1} = 3\sqrt{3}$$

よって $f(x)$ の最大値は $3\sqrt{3}$ ($x=1$ のとき)

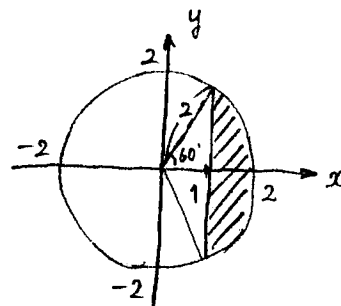
$$(2) \quad \int_1^2 f(x) dx$$

$$= \int_1^2 (x+2)\sqrt{4-x^2} dx$$

$$= \int_1^2 x\sqrt{4-x^2} dx + 2 \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\therefore 2 \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \text{ の値は}$$

右図の斜線部の面積であるから



$$(\text{与式}) = \left[\frac{2}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right]_1^2 + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{3} - 1 \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{3} \times (4-1)^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} + \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3}$$

$$= \boxed{\frac{4\pi}{3}}$$