

自然数 n に対して $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ とおく。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) 次の関係式が成り立つことを示せ。
$$I_{n+1} = -\frac{1}{e} + (n+1) I_n$$

(2) 次の等式を示せ。
$$I_n = \frac{n!}{e} \left(e - 1 - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \right)$$

[04大阪市立大学]