

$$(1) f(x) = (x-a)^2 e^x \text{ とする}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2(x-a)e^x + (x-a)^2 e^x \\ &= (x-a)e^x \{2 + (x-a)\} \\ &= e^x (x-a)(x-(a-2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(a-2) &= (a-2-a)^2 e^{a-2} \\ &= \boxed{4e^{a-2}} \end{aligned}$$

x	...	$a-2$	...	a	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$4e^{a-2}$ 極大	$\searrow$	0 極小	$\nearrow$

$$f(a) = (a-a)^2 e^a = \boxed{0} \text{ より}$$

$$\begin{aligned} y = (x-a)^2 e^x \text{ は } x &= \boxed{a-2} \text{ で } \text{極大値} \boxed{4e^{a-2}} \text{ をとり、} \\ x &= \boxed{a} \text{ で } \text{極小値} \boxed{0} \text{ をとる。} \end{aligned}$$

接点

$$(2) (x_0, y_0) \text{ における 接線 - 傾きは } (x_0-a) \times \boxed{(x_0-(a-2))} e^{x_0} \text{ である。}$$

$$\text{接線は } \boxed{y = (x_0-a)(x_0-(a-2))e^{x_0}(x-x_0) + (x_0-a)^2 e^{x_0}} \text{ である。}$$

これが $(0,0)$ を通るので

$$0 = (x_0-a)(x_0-(a-2))e^{x_0} \cdot (-x_0) + (x_0-a)^2 e^{x_0}$$

$e^{x_0} \neq 0$ より

$$(x_0-a) \{ (x_0-(a-2))(-x_0) + (x_0-a) \} = 0$$

$$(x_0-a) \{ -x_0^2 + ax_0 - 2x_0 + x_0 - a \} = 0$$

$$- (x_0-a) (x_0^2 + (1-a)x_0 + a) = 0$$

$$(x_0-a) \boxed{x_0^2 + (1-a)x_0 + a} = 0$$

この方程式の整数解が ひとつとあれば、題意をみたすので

$$x_0^2 + (1-a)x_0 + a = 0 \text{ が整数解なし} \rightarrow (1-a)^2 - 4a < 0 \text{ から}$$

$$a^2 - 6a + 1 < 0$$

これは a を整数解にもたせない

$$\boxed{3-2\sqrt{2} < a < 3+2\sqrt{2}}$$

No.

Date

$$(3) \int_0^a (x-a)^2 e^x dx$$

$$= \int_0^a (x-a)^2 (e^x)' dx$$

$$= [(x-a)^2 e^x]_0^a - 2 \int_0^a (x-a) e^x dx$$

$$= -a^2 - 2 \int_0^a (x-a) (e^x)' dx$$

$$= -a^2 - 2 [(x-a) e^x]_0^a + 2 \int_0^a e^x dx$$

$$= -a^2 - 2a + 2 [e^x]_0^a$$

$$= -a^2 - 2a + 2e^a - 2$$

$$= \boxed{2e^a - a^2 - 2a - 2}$$