

$$(1) \begin{cases} l_1: 3x + 2y - 39 = 0 \\ l_2: kx - y - 5k + 12 = 0 \end{cases}$$

l_1 に $y=0$ 代入すると $x = \frac{39}{3} = \boxed{13}$
ア

また l_2 は $k(x-5) + (-y+12) = 0$ より

k の恒等式とみると $x-5=0$ から $-y+12=0$ より

k の値に関係なく $x=5, y=12$ より $(\boxed{5}, \boxed{12})$ を通る
ウ エ オ

また、 l_1 も $(5, 12)$ を通る

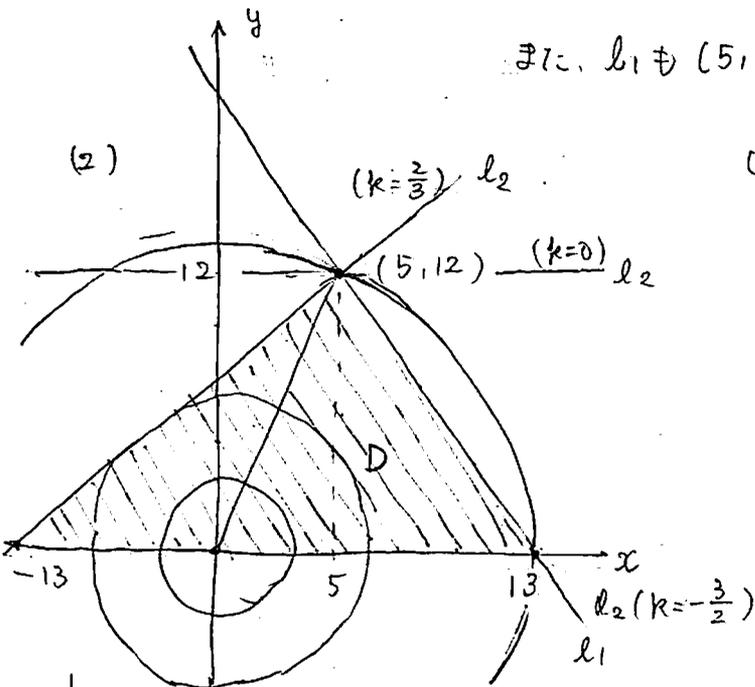
(2) l_1, l_2 および x 軸で三角形ができないときは $l_1 \parallel l_2$ より

$3:2 = k:(-1)$ から

$2k = -3$ より $k = \boxed{\frac{-3}{2}}$ キ ケ

また l_2 の傾きが 0 のときだから

$k = \boxed{0}$ カ となる



(3) l_2 が $(-13, 0)$ を通るとき $k \times (-13) - 0 - 5k + 12 = 0$ より

$-18k + 12 = 0$ より $k = \boxed{\frac{2}{3}}$ コ サ である

D が E に含まれるとき $r \geq \boxed{13}$ シ ス である

また $r=13$ のとき、D が E に含まれるような k の範囲は

l_2 が x 軸と $-13 \leq x < 13$ で交わるときだから

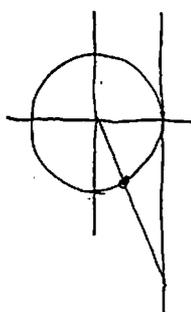
$\frac{2}{3} \leq k$ または $k \leq \boxed{\frac{-3}{2}}$ チ ツ である

解答記号	正解	配点
ア	13	2
ウエオ	5/12	2
カ	0	2
キケ	-3/2	2
コサ	2/3	1
シス	13	2
セソ	2/3	2
チツ	-3/2	2

15点

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき

(1) $\tan \theta = -\sqrt{3}$ なら $\theta = \boxed{-\frac{\pi}{3}}$ は であり



$\cos \theta = \boxed{\frac{1}{2}}$, $\sin \theta = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ である

一般に $\tan \theta = k$ のとき $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ より $\cos \theta > 0$ だから

$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + k^2}$ より

$\cos \theta = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}}$ は

また $\sin \theta = \cos \theta \tan \theta = \boxed{\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}}$ は

(2) $\frac{\sin 2\theta}{\cos \theta} = p$, $\frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{7})}{\cos \theta} = q$ とおくと $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき

$p = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta} = 2 \sin \theta$ であるから $\boxed{-2 < p < 2}$ は

$q = \frac{\sin \theta \cos \frac{\pi}{7} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{7}}{\cos \theta}$

$= (\cos \frac{\pi}{7})(\tan \theta) + \sin \frac{\pi}{7}$ であり $\tan \theta$ が実数全体をとるので

q も 実数全体 をとる

解答記号	正解	配点
ア	0	2
イ	74	2
エ	8	2
オ	2	2
カ	2	2
ク	4	2
コ	2	3

15点

(3) $r = \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\cos \theta}$ とおくと $(0 \leq \alpha < 2\pi)$

$r = \frac{\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha}{\cos \theta}$

$= (\cos \alpha)(\tan \theta) + \sin \alpha$

$\cos \alpha \neq 0$ のときは r は実数全体をうごかす

$\cos \alpha = 0$ のとき、つまり $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ の 5つほど2個のときは

$r = 0$ となる q のとる範囲と異なる

(1) C: $f(x) = x^3 - kx$

C₁: $g(x) = (x-t)^3 - k(x-t)$

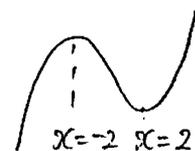
(i) $f'(x) = 3x^2 - k$ で " $x=2$ " で極値をとるから

$f'(2) = \boxed{0}$ より $3 \times 2^2 - k = 0$ より $k = \boxed{12}$
イウ

このとき $f(x) = x^3 - 12x$

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x+2)(x-2)$

よって $x = \boxed{-2}$ で極大値をとる
エオ



また $g(x)$ が " $x=3$ " で極大値をとるとき

x 軸方向に 5 平行移動しているのて

$t = \boxed{5}$ である
カ

(ii) $t=1$ のとき $f(x) = g(x)$ をとくと

$x^3 - kx = (x-1)^3 - k(x-1)$ であり

~~$x^3 - kx = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - kx + k$~~ より

$3x^2 - 3x - k + 1 = 0$

この1つの解が " -2 " より $3 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) - k + 1 = 0$ だから

$k = 12 + 6 + 1 = \boxed{19}$
キク

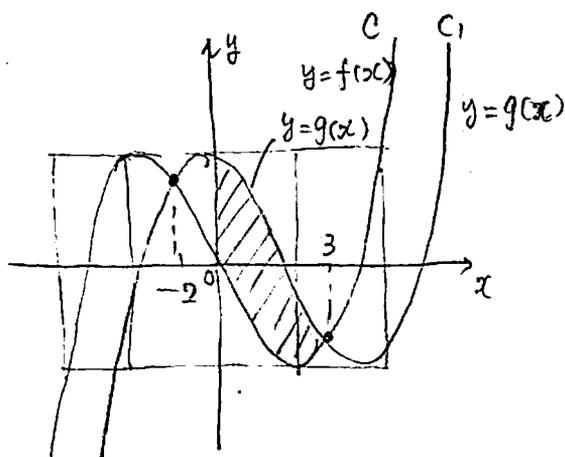
よってこのとき $3x^2 - 3x - 18 = 0$ より

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$ より $x = \boxed{3}, -2$ となる

C と C₁ で囲まれた図形で $x \geq 0$ の部分の面積は

$$\begin{aligned} & \int_0^3 \{ (x-1)^3 - 19(x-1) - (x^3 - 19x) \} dx \\ &= \int_0^3 (-3x^2 + 3x - 1 + 19) dx \\ &= -3 \int_0^3 (x^2 - x - 18) dx \\ &= -3 \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 18x \right]_0^3 \\ &= -27 + \frac{3}{2} \times 9 + 54 \\ &= 27 + \frac{27}{2} = \boxed{\frac{81}{2}} \text{ コサシ となる} \end{aligned}$$



解答記号	正解	配点
ア	0	2
イウ	12	2
エオ	-2	2
カ	5	2
キク	19	2
ケ	3	1
コサシ	81/2	4
スセ	-a	2
ソ	3	2
タ	3	1
チ	3	2
ツ	6	2
テト	-1	2
ナニ	13 or 31	4
		30点

$$(2) C_2: h(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + c$$

(i) C を x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動すると C_2 と一致するから

$$h(x) = (x-p)^3 - k(x-p) + q \quad \text{--- ① より}$$

$$h(x) = x^3 - 3px^2 + (3p^2 - k)x + (-p^3 + kp + q) \quad \text{より}$$

$$3a = -3p, \quad b = \underset{\text{y}}{3}p^2 - k, \quad c = -p^3 + kp + q \quad \text{である}$$

$$p = \underset{\text{xe}}{\boxed{-a}}; \quad b = 3 \times (-a)^2 - k \quad \text{より}$$

$$k = \underset{\text{y}}{\boxed{3}}a^2 - b \quad \text{--- ②}$$

また ① に $x=p$ 代入すると

$$h(p) = q = h(-a) \quad \text{である}$$

逆に k が ② をみたすとき C を x 軸方向に $-a$, y 軸方向に $h(-a)$ 平行移動すると C_2 と C は一致する

$$(ii) \quad b = 3a^2 - 3 \quad \text{とすると ② より} \quad k = 3a^2 - (3a^2 - 3) = 3 \quad \text{より}$$

$$C_2 \text{ は } y = x^3 - \underset{\text{y}}{\boxed{3}}x \text{ を 平行移動したものと一致する}$$

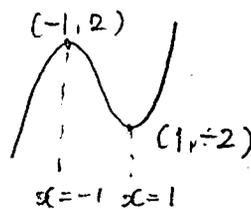
ここで $y = x^3 - 3x$ のとき

$$y' = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1) \quad \text{より}$$

$$x = -1 \quad \text{で 極大値 } (-1)^3 - 3 \times (-1)$$

$$= -1 + 3 = 2 \quad \text{をとり}$$

$$x = 1 \quad \text{で 極小値 } 1^3 - 3 = -2 \quad \text{をとる}$$



$(-1, 2)$ が $(4, 3)$ に平行移動するから $p = 5, q = 1$ であるので

$$h(x) \text{ の 極小値は } \underset{\text{y}}{\boxed{-1}} \quad (x = \underset{\text{y}}{\boxed{6}} \text{ のとき}) \quad \text{となる}$$

$$(iii) \quad h(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + c \quad \text{としたとき}$$

$$\text{① は } a = 1, b = -2, c = -4$$

$$\text{このとき } p = -1, k = 3 \times 1^2 - (-2) = 5$$

$$q = c + p^3 - kp = -4 - 1 - 5 \times (-1) = 0$$

よって ① と $y = x^3 - 5x$ は平行移動で一致

$$\text{② は } a = -2, b = -1, c = -4$$

$$\text{このとき } p = 2, k = 3 \times (-2)^2 - 1 = 13$$

よって ② と $y = x^3 - 13x$ は平行移動で一致

$$\text{③ は } a = -2, b = 7, c = -5$$

$$\text{このとき } p = 2, k = 3 \times (-2)^2 - 7 = 5 \quad \text{+}$$

よって ③ と $y = x^3 - 5x$ が平行移動で一致、よって $\boxed{\text{①}}$ と $\boxed{\text{③}}$ が一致する

(1) X は二項分布 $\left(\underset{\text{r}}{\boxed{72}}, \underset{\text{p}}{\boxed{\frac{1}{36}}} \right)$ に従う

このとき $k=72$, $p=\frac{1}{36}$ とおくと

$X=r$ とする確率は $P(X=r) = {}_k C_r p^r (1-p)^{k-r}$ (1)は(2) (k-r) である

X の平均 (期待値) は $E(X) = 72 \times \frac{1}{36} = \boxed{2}$

標準偏差は $\sigma(X) = \sqrt{72 \times \frac{1}{36} \times \frac{35}{36}} = \sqrt{2 \times \frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{70}}{6}$ 75 283

(2) 21名での2回とも1がでた回数 Y は

Y	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{2}{21}$	$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$	$\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$	$\frac{2}{21}$	$\boxed{1}$ ^π

$$\begin{aligned} \text{このとき } E(Y) &= 0 \times \frac{2}{21} + 1 \times \frac{7}{21} + 2 \times \frac{7}{21} + 3 \times \frac{3}{21} + 4 \times \frac{2}{21} \\ &= \frac{7+14+9+8}{21} = \frac{38}{21} \text{ である} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また } E(Y^2) &= 0 \times \frac{2}{21} + 1 \times \frac{7}{21} + 4 \times \frac{7}{21} + 9 \times \frac{3}{21} + 16 \times \frac{2}{21} \\ &= \frac{7+28+27+32}{21} = \frac{94}{21} \text{ であるから} \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{E(Y^2) - \{E(Y)\}^2} = \sqrt{\frac{94}{21} - \frac{38^2}{21^2}} = \frac{\sqrt{94 \times 21 - 38^2}}{21} = \frac{\sqrt{530}}{21}$$

(3) $P(Z=r) = \alpha \cdot \frac{2^r}{r!}$ ($r=0, 1, 2, 3, 4$) とすると

Z	0	1	2	3	4	計
P	$\alpha \cdot \frac{2^0}{0!}$	$\alpha \cdot \frac{2^1}{1!}$	$\alpha \cdot \frac{2^2}{2!}$	$\alpha \cdot \frac{2^3}{3!}$	$\alpha \cdot \frac{2^4}{4!}$	1

$$\text{上の表から } \alpha \left(\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24} \right) = 1 \text{ より}$$

$$\alpha \left(3 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \right) = 1$$

$$7\alpha = 1 \text{ より } \alpha = \frac{1}{7} \text{ である}$$

だから Z の分布は
左のようになる

Z	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7} \times \frac{4}{3}$	$\frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$	1

$$\begin{aligned} \therefore E(Z) &= 0 \times \frac{1}{7} + 1 \times \frac{6}{21} + 2 \times \frac{6}{21} + 3 \times \frac{4}{21} + 4 \times \frac{2}{21} \\ &= \frac{6+12+12+8}{21} = \frac{38}{21} \text{ ㉘} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また } \sigma(Z) &= \sqrt{\left(0 \times \frac{1}{7} + 1 \times \frac{6}{21} + 4 \times \frac{6}{21} + 9 \times \frac{4}{21} + 16 \times \frac{2}{21}\right) - \frac{38^2}{21^2}} \\ &= \sqrt{\frac{98 \times 21 - 38^2}{21^2}} = \frac{\sqrt{614}}{21} \text{ ㉚ある} \end{aligned}$$

(4) (3) の Z の母集団を考え、この中から抽出した大きさ n の標本 W_1, \dots, W_n の平均 $\bar{W} = \frac{1}{n}(W_1 + W_2 + \dots + W_n)$ について

$$E(\bar{W}) = m, \sigma(\bar{W}) = s \text{ とおくと } m = \frac{38}{21} \text{ トナ}$$

$$s = \sigma(\bar{W}) = \frac{\sigma(Z)}{\sqrt{n}} \text{ ㉛は㉚} \text{ ㉜なる}$$

n が十分に大きいとき \bar{W} は $N(m, s^2)$ に従う

n が増加すると s^2 は 小さくなる の㉝
㉞㉟

$P(\bar{W} \geq 2)$ は 小さくなる
㉟㊱

n = 100 のとき $U = \frac{\bar{W} - m}{s}$ は $N(0, 1)$ に従うの㉞
㊱㊲

$$P(\bar{W} \geq 2) = P\left(U \geq \frac{2 - \frac{38}{21}}{\frac{\sqrt{614}}{21}}\right) = P\left(U \geq \frac{4}{\frac{\sqrt{614}}{21 \times 10}}\right)$$

$$= P\left(U \geq 40 \times \frac{1}{\sqrt{614}}\right) = P(U \geq 40 \times 0.040) \quad 0.4452$$

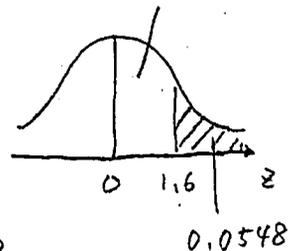
$$= P(U \geq 1.6)$$

$$= 0.5 - 0.4452$$

$$= 0.0548$$

$$\approx 0.055 \text{ ㉜なる}$$

㉞㉟



解答記号	正解	配点
ア	72	1
ウエオ	136	1
カ	2	1
キ	2	1
クコ	706	2
サシ	171	1
セヤチ	3821	2
ツテ	17	2
トナニ	3821	1
ネ	2	2
ノハ	00	2
ヒ	4	2
フハホ	055	2

20点

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 4n + 2 \quad -\textcircled{1} \\ b_n = 1, \quad b_{n+1} = b_n + 4n + 2 + 2 \cdot (-1)^n \quad -\textcircled{2} \end{array} \right. \quad S_m = \sum_{k=1}^m a_k.$$

$$(1) \quad a_2 = a_1 + 4 \times 1 + 2 = 1 + 4 + 2 = \boxed{7}$$

$$\text{また } n \geq 2 \text{ のとき } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4k+2)$$

$$= 1 + 4 \times \frac{(n-1)n}{2} + 2(n-1)$$

$$= 1 + 2n(n-1) + 2(n-1)$$

$$= \boxed{2n^2 - 1} \quad (\text{これは } n=1 \text{ のときも成り立つ})$$

$$\text{よって } S_m = \sum_{k=1}^m a_k = \sum_{k=1}^m (2k^2 - 1)$$

$$= 2 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - n$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n - 3n}{3} = \frac{\boxed{2}n^3 + \boxed{3}n^2 - \boxed{2}n}{\boxed{3}}$$

$$(2) \quad b_2 = b_1 + 4 \times 1 + 2 + 2 \times (-1)^1$$

$$= 1 + 4 + 2 - 2 = \boxed{5}$$

$$\text{また } \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } a_{n+1} - b_{n+1} = a_n - b_n - 2 \times (-1)^n \quad \text{よって}$$

$$d_n = a_n - b_n \text{ とおくと } d_{n+1} = d_n - 2 \times (-1)^n \text{ となり}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき } d_n = d_1 - \sum_{k=1}^{n-1} 2 \times (-1)^k$$

$$= (a_1 - b_1) - \frac{2 \times (-1)^1 \{1 - (-1)^{n-1}\}}{1 - (-1)}$$

$$= (1 - 1) - \frac{2 \times (-1) \{1 - (-1)^{n-1}\}}{2}$$

$$= 1 - (-1)^{n-1}$$

$$= \boxed{1 + (-1)^n} \quad \text{よって } \textcircled{5} \quad (n=1 \text{ のときも成り立つ})$$

$$(3) \quad (2) \text{ から } a_{2021} - b_{2021} = 1 + (-1)^{2021} = 1 - 1 = 0$$

$$\text{よって } a_{2021} = b_{2021} \quad \text{よって } \textcircled{1}$$

$$a_{2022} - b_{2022} = 1 + (-1)^{2022} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{よって } a_{2022} > b_{2022} \quad \text{よって } \textcircled{2}$$

また n が偶数のとき $a_n > b_n$ であり、 $S_{2021} > T_{2021}$ 、 $S_{2022} > T_{2022}$ である。
 n が奇数のとき $a_n = b_n$ であり、 $S_{2021} = T_{2021}$ 、 $S_{2022} = T_{2022}$ である。

(4) $C_1 = C, C_{n+1} = C_n + 4n + 2 + 2 \times (-1)^n$

ならば $\left. \begin{aligned} b_1 - C_1 &= 1 - C, \\ b_{n+1} - C_{n+1} &= b_n - C_n \end{aligned} \right\}$ かなりたつので

すべての自然数 n で $b_n - C_n = \frac{1-C}{2}$ かなりたつ

また $U_n = \sum_{k=1}^n C_k$ であり $S_4 = U_4$ のとき

$a_1 = b_1 = C_1 + (1-C)$

$a_2 = b_2 + 2 = C_2 + (1-C) + 2$

$a_3 = b_3 = C_3 + (1-C)$

$a_4 = b_4 + 2 = C_4 + (1-C) + 2$ より ④ とした

$S_4 = U_4 + 4(1-C) + 4$

であり $S_4 = U_4$ より $4(1-C) + 4 = 0$ から

$1-C + 1 = 0$ より $C = \boxed{2}$

このとき $b_n - C_n = 1 - C = -1$

$a_n - b_n = 1 + (-1)^n$ であるから

④ とした $a_n - C_n = (-1)^n$ とする

よって $\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n C_k = \sum_{k=1}^n (-1)^k = \frac{-1 \times \{1 - (-1)^n\}}{1 - (-1)}$ より

$S_n - U_n = \frac{-1 + (-1)^n}{2}$ である

よって

$S_{2021} - U_{2021} = \frac{-1 + (-1)^{2021}}{2} = \frac{-1 - 1}{2} = -1$ より

$S_{2021} < U_{2021}$

④ 0

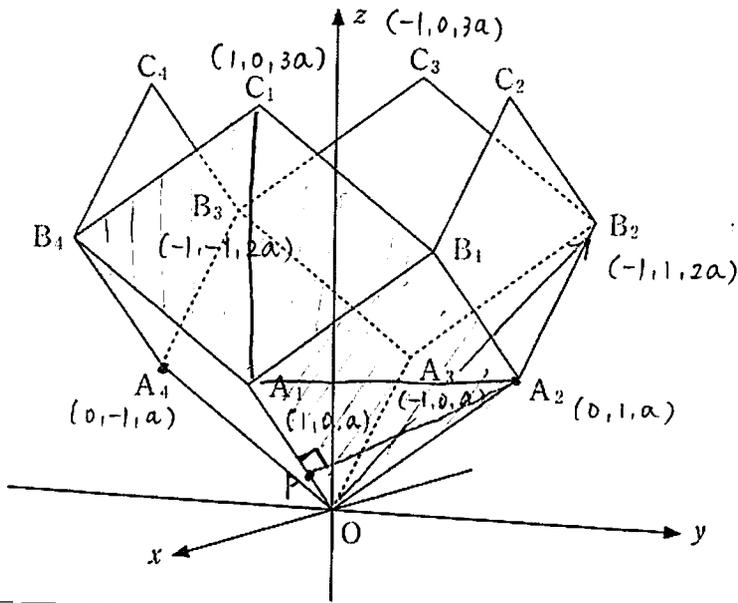
$S_{2022} - U_{2022} = \frac{-1 + (-1)^{2022}}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0$ より

$S_{2022} = U_{2022}$ である

④ ①

解答記号	正解	配点
ア	7	1
イウ	21	3
エオカキ	2323	3
ク	5	1
ケ	5	2
コサ	12	2
シス	22	2
セソ	10	2
タ	2	2
チツ	01	2

20点



$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{OB}_2 &= \vec{OA}_2 + \vec{OA}_3 \\ &= (0, 1, a) + (-1, 0, a) \\ &= (-1, \boxed{1}, \boxed{2a}) \\ &\quad \text{ア イウ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{OC}_3 &= \vec{OB}_2 + \vec{B}_2C_3 \\ &= \vec{OB}_2 + \vec{OA}_4 \\ &= (-1, 1, 2a) + (0, -1, a) \\ &= (-1, \boxed{0}, \boxed{3a}) \\ &\quad \text{エ オカ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また} \quad \vec{OA}_1 \cdot \vec{OB}_2 &= (1, 0, a) \cdot (-1, 1, 2a) \\ &= 1 \times (-1) + 0 \times 1 + a \times 2a = \boxed{2a^2 - 1} \quad \text{キ ⑧} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{OA}_1 \cdot \vec{B}_2C_3 &= \vec{OA}_1 \cdot \vec{OA}_4 = (1, 0, a) \cdot (0, -1, a) \\ &= 1 \times 0 + 0 \times (-1) + a^2 = \boxed{a^2} \quad \text{ク ③} \end{aligned}$$

(2) 平行四辺形 $A_1OA_2B_1$ と $A_1B_1C_1B_4$ が合同とす3と

$$\begin{aligned} \vec{A_1A_2} &= (0, 1, a) - (1, 0, a) \\ &= (-1, 1, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また} \quad \vec{OC}_1 &= \vec{OB}_1 + \vec{B}_1C_1 = \vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 + \vec{OA}_4 \\ &= (1, 0, a) + (0, 1, a) + (0, -1, a) \\ &= (1, 0, 3a) \quad \text{だから} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{A_1C_1} &= (1, 0, 3a) - (1, 0, a) \\ &= (0, 0, 2a). \end{aligned}$$

$$\text{よって} \quad |\vec{A_1A_2}| = |\vec{A_1C_1}| \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1+1+0} &= \sqrt{0+0+4a^2} \quad \text{だから} \\ \sqrt{2} &= 2a \quad \text{よって} \quad a = \frac{\boxed{\sqrt{2}}}{\boxed{2}} \quad \text{ケ コ} \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
アイウ	12a	2
エオカ	03a	2
キ	8	2
ク	3	2
ケコ	22	2
サシ	32	1
スセ	12	1
ソタ	13	2
チ	1	3
ツテ	10	3

$\vec{OP} = s\vec{OA}_1$ とすると $\angle OPA_2 = 90^\circ$ より

$\vec{PA}_2 \cdot \vec{OA}_1 = 0$ である

$$\begin{aligned} \therefore \vec{PA}_2 &= \vec{OA}_2 - \vec{OP} \\ &= (0, 1, a) - s(1, 0, a) \\ &= (-s, 1, (1-s)a) \quad \text{であり} \end{aligned}$$

$\vec{OA}_1 = (1, 0, a)$ より

$$\begin{aligned} \vec{PA}_2 \cdot \vec{OA}_1 &= -s \times 1 + 1 \times 0 + (1-s)a^2 = 0 \quad \text{より} \\ -s + (1-s)a^2 &= 0 \quad \text{--- ①} \end{aligned}$$

また $\vec{OA}_1 \cdot \vec{OA}_1 = |\vec{OA}_1|^2 = 1^2 + 0^2 + a^2 = 1 + a^2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ サ

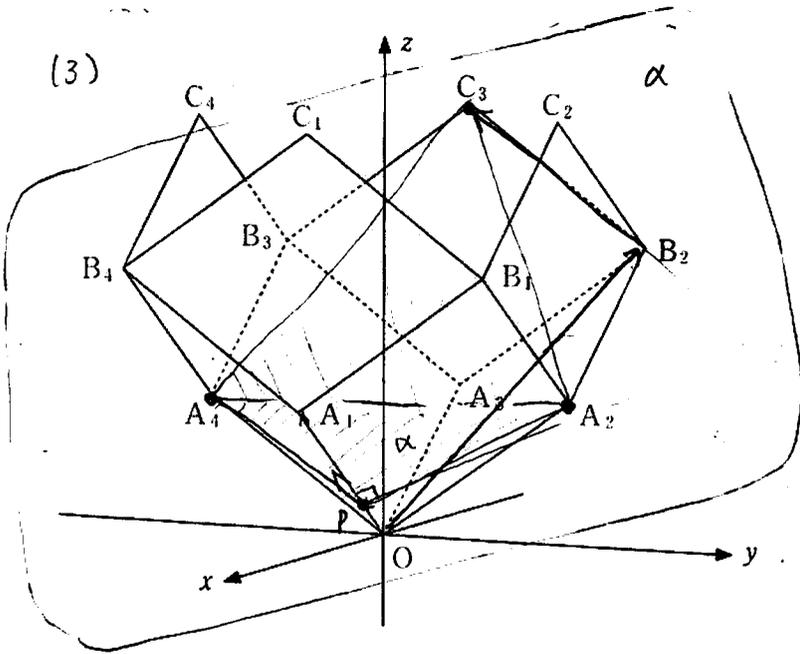
$$\begin{aligned} \vec{OA}_1 \cdot \vec{OA}_2 &= (1, 0, a) \cdot (0, 1, a) \\ &= 1 \times 0 + 0 \times 1 + a^2 = a^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ス} \end{aligned}$$

であることから ①は $-s + (1-s) \times \frac{1}{2} = 0$ より

$$-\frac{3}{2}s + \frac{1}{2} = 0$$

 より $s = \frac{1}{3}$ ヲ

(3)



$\vec{OQ} = \vec{OB}_2 + t\vec{B}_2\vec{C}_3$ であるから

$$\begin{aligned} \vec{OQ} &= (-1, 1, 2a) + \\ &\quad t\{(-1, 0, 3a) - (-1, 1, 2a)\} \\ &= (-1, 1, 2a) + t(0, -1, a) \\ &= (-1, 1-t, 2a+at) \quad \text{であり} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{PQ} &= \vec{OQ} - \vec{OP} \\ &= \vec{OQ} - \frac{1}{3}\vec{OA}_1 \\ &= (-1, 1-t, 2a+at) - \frac{1}{3}(1, 0, a) \\ &= \left(-\frac{4}{3}, 1-t, \frac{5}{3}a+at\right) \end{aligned}$$

$$\vec{PQ} \cdot \vec{OA}_1 = 0 \quad \text{より} \quad -\frac{4}{3} \times 1 + (1-t) \times 0 + \left(\frac{5}{3}a+at\right) \cdot a = 0$$

$$-\frac{4}{3} + \frac{5}{3}a^2 + a^2t = 0$$

$$a^2 = \frac{1}{2} \quad \text{より} \quad -\frac{4}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t = 0 \quad \text{だから} \quad t = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{ア} \quad \text{①}$$

ゆえに Q と C₃ は一致し C₃ は α 上 $\text{ア} \quad \text{①}$, B₂ は α を含む側 $\text{ウ} \quad \text{②}$ となる